0 Algebra Lineare e Geometria Analitica

Prima prova di autovalutazione

23 Ottobre 2003

1. Determinare tutti i vettori $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$ complanari a $\mathbf{u} = (1, 1, 0)$ e a $\mathbf{v} = (0, -1, 1)$, perpendicolari a $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ e di lunghezza unitaria.

2. Determinare gli eventuali valori del parametro reale k per i quali la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & k & -1 \\ 3 & 1 & k \end{bmatrix}$$

non è invertibile. Per questi valori di k determinare la relazione di dipendenza lineare delle righe di A .

3. Sia A una matrice quadrata tale che $A^2 - A - I = O$. Dimostrare che A è invertibile e determinare la sua inversa.
4. Determinare gli eventuali valori del parametro reale k per i quali le matrici

$$A = \begin{bmatrix} 1 & k \\ k & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} k & 2 \\ 0 & k \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & k \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

sono linearmente indipendenti.

5. Studiare, al variare del parametro reale k , il sistema lineare

$$\begin{cases} x + y + kz + t = k \\ x - y - 2z + kt = 1 \\ x + ky + kz + t = k \end{cases}$$

Tempo: 2 ore

Punteggio: 6 punti per ciascun esercizio