Geometria analitica - Formulario

Metrica

Siano dati i tre punti A, B, C:
$A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$

Coordinate del punto medio M del segmento AB:
$x_M = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$, $y_M = \dfrac{y_1 + y_2}{2}$

Distanza tra due punti:
$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Distanza del punto A dalla retta di equazione $ax + by + c = 0$:
$d = \dfrac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

La retta

equazione cartesiana in **forma implicita**: $ax + by + c = 0$

coeffciente angolare: $m = -\dfrac{a}{b} \quad , \quad b \neq 0$; termine noto: $q = -\dfrac{c}{b} \quad , \quad b \neq 0$

equazione cartesiana in **forma esplicita**: $y = mx + q$ (retta passante per i due punti A e B sopra definiti)

coefficiente angolare: $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad , \quad x_2 \neq x_1$ termine noto: $q = \dfrac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{x_2 - x_1} \quad , \quad x_2 \neq x_1$

equazione della retta passante per due punti $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$:
$\dfrac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \dfrac{x - x_1}{x_2 - x_1} \quad \text{se} \quad x_2 \neq x_1, \quad y_2 \neq y_1$

Casi particolari
$x = x_1 \quad \text{se} \quad x_2 = x_1$ (retta parallela all’asse delle ordinate)
$y = y_1 \quad \text{se} \quad y_2 = y_1$ (retta parallela all’asse delle ascisse)

equazione della retta passante per il punto $P_0(x_0, y_0)$ **e coefficiente angolare m**
$y - y_0 = m(x - x_0)$ (fascio di rette proprio)
condizione di parallelismo tra le due rette $y = mx + q$, $y = m'x + q'$: $m = m'$
condizione di perpendicolarità tra le due rette $y = mx + q$, $y = m'x + q'$:
$m = -\dfrac{1}{m'}$ o anche $m \cdot m' = -1$

La parabola

Definizione: la **parabola** è il luogo geometrico dei punti del piano equidistante da un punto fisso, detto **fuoco**, e da una retta fissa, chiamata **direttrice**.

Parabola con asse verticale

equazione cartesiana: $y = ax^2 + bx + c$

vertice: $V\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$

fuoco: $F\left(-\frac{b}{2a}, \frac{1-b^2+4ac}{4a}\right)$

asse: $x = -\frac{b}{2a}$

direttrice: $y = -\frac{1+b^2-4ac}{4a}$

coefficiente angolare della retta tangente in un suo punto di ascissa x_0: $m = 2ax_0 + b$

Parabola con asse orizzontale

equazione cartesiana: $x = ay^2 + by + c$

vertice: $V\left(\frac{4ac-b^2}{4a}, -\frac{b}{2a}\right)$

fuoco: $F\left(\frac{1-b^2+4ac}{4a}, -\frac{b}{2a}\right)$

asse: $y = -\frac{b}{2a}$

direttrice: $x = -\frac{1+b^2-4ac}{4a}$

coefficiente angolare della retta tangente in un suo punto di ordinata y_0: $m = \frac{1}{(2ay_0 + b)}$

La Circonferenza

La **circonferenza** è il luogo geometrico dei punti del piano equidistante da un punto fisso, detto **centro.**

equazione cartesiana: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0, \quad c = a^2 + b^2 - r^2$

centro: $\mathrm{C}\,(a,b)$

raggio: $r = \sqrt{a^2 + b^2 - c}\,, \quad a^2 + b^2 - c > 0$

condizione di realtà: $a^2 + b^2 - c > 0$

equazione cartesiana: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$