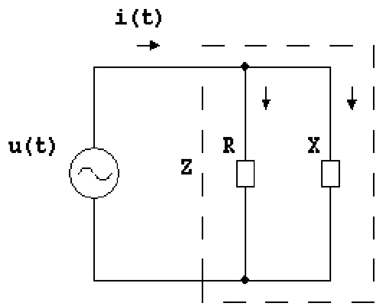
La potenza nei circuiti operanti in corrente alternata

1. *La potenza media*

Vediamo di studiare il problema della potenza nei circuiti operanti in corrente alternata cominciando con il valutare la potenza media assorbita da un generico bipolo. Prendiamo in esame il seguente circuito costituito da un generatore di tensione **u(t)** e da un carico con componente sia ohmmica che reattiva.



Per semplicità di analisi, ma senza alcuna perdita di generalità, poniamo il carico nella forma di due elementi in parallelo: un elemento resistivo e un elemento reattivo. In tale modo risulterà più immediata la scomposizione della corrente erogata dal generatore.

Iniziamo con il calcolare la potenza istantanea assorbita da **Z**, questa è esprimibile come $p(t) = u(t)i(t)$. Essendo corrente e tensione sinusoidali si scriverà $u(t) = U_m sen(\omega t)$ e $i(t) = I_m sen(\omega t \pm \varphi)$. Ovviamente la corrente risulterà genericamente sfasata: lo sfasamento sarà in anticipo o in ritardo in corrispondenza di una prevalenza capacitiva o induttiva rispettivamente. Ecco la potenza istantanea

$$p(t) = U_m I_m sen(\omega t) sen(\omega t \pm \varphi) = \frac{1}{2} U_m I_m \cos(\varphi) - \frac{1}{2} U_m I_m \cos(2\omega t \mp \varphi)$$

E usando i valori efficaci si ha

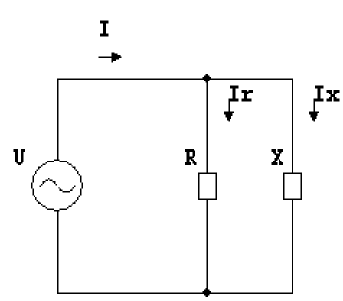
$$p(t) = UI\cos(\varphi) - UI\cos(2\omega t \mp \varphi)$$

Allora possiamo osservare che la potenza istantanea è costituita da un termine costante intorno al quale si ha una variazione sinusoidale a frequenza doppia rispetto a quella di tensione e corrente. Ma, cosa ben più significativa, se valutiamo la potenza media assorbita si ha $P = UIcos(\varphi)$.

2. *La potenza attiva*

Osserviamo che questa potenza media dipende dallo sfasamento tra tensione e corrente, in particolare è massima se lo sfasamento è nullo (**U** e **I** sono in fase) e ciò si verifica solo in caso di carichi puramente ohmmici. Tale potenza prende il nome di POTENZA ATTIVA. Essa è quella che ha realmente interesse dal punto di vista dell'utilizzazione perché è quella che produce LAVORO in senso fisico.

La POTENZA ATTIVA è massima nei circuiti puramente resistivi (**φ=0** e $\cos(\varphi) = 1$), è NULLA se tensione e corrente sono in QUADRATURA (ovvero sfasati di **90°**) e ciò si ha nei circuiti puramente reattivi (capacitivi o induttivi).

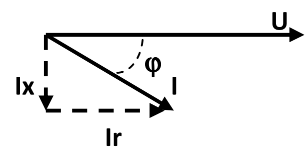


In un circuito con entrambe le componenti (resistive e reattive), la potenza attiva è quella legata alla corrente IN FASE con la tensione, ovvero alla corrente circolante nella componente resistiva. Tale potenza sarà dissipata per effetto joule nella componente resistiva.

3. *La potenza reattiva*

Torniamo ora al nostro circuito evidenziando le correnti presenti.

Se proviamo a disegnare il diagramma vettoriale otteniamo il seguente grafico. Quindi per la potenza attiva si ha $P = UIcos(\varphi) = UI_r$. Cioè la potenza attiva è calcolata considerando la sola **componente in fase** della corrente $I_r = Icos(\varphi)$.



Cosa dire sulla componente in **quadratura**? Ovvero posso valutare un'altra potenza come $UI_x = UIsen(\varphi)$?

Tale potenza $Q = UIsen(\varphi)$ è detta POTENZA REATTIVA ed è dovuta alla componente reattiva della corrente che risulterà in QUADRATURA con la tensione. La POTENZA REATTIVA si misura in **VAR** (Volt Ampere Reattivi); essa non ha significato fisico, è massima nei circuiti puramente capacitivi o induttivi. È nulla in quelli puramente resistivi ed esprime la potenza scambiata in ogni periodo tra generatore ed elemento reattivo. Non produce alcun lavoro, ha valore medio nullo, ma impegna comunque le linee elettriche di alimentazione. Ecco il perché il gestore della rete elettrica obbliga al rifasamento (ovvero ad avere $\cos(\varphi) = 1$) gli impianti dell'utenza che presentano basso valore di cos (φ).

4. *La potenza apparente*

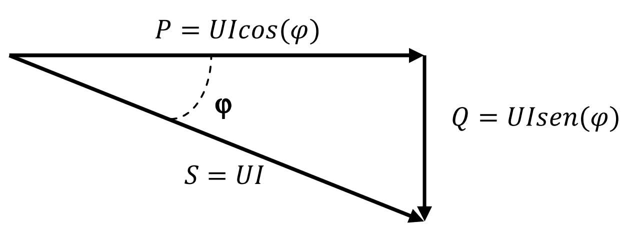
Ma cosa è il semplice prodotto **UI**? È quella che viene chiamata POTENZA APPARENTE. Ora la potenza che viene erogata da un qualunque generatore alternato dipende sostanzialmente dalla tipologia del carico applicato, ovvero dipende dalla U, dalla I e dal loro sfasamento.

Allora la POTENZA APPARENTE, cioè $S = UI$ è solo una indicazione FITTIZIA della potenza erogata, **essa andrà caratterizzata in funzione del carico**. Ecco perché $S = UI$ è detta POTENZA APPARENTE e sarà misurata in **VA** (Volt Ampere). Attenzione la POTENZA APPARENTE NON E' QUELLA ATTIVA! La potenza attiva produce lavoro e si misura in Watt.

Quindi con la potenza attiva si definisce l'ENERGIA ATTIVA $W = Pt = UIcos(\varphi)t$.

5. *Il triangolo delle potenze*

Vediamo di sintetizzare il tutto. Possiamo definire il TRIANGOLO delle POTENZE nei circuiti in regime alternato.



Da esso appaiono evidenti le seguenti relazioni tra le diverse tipologie di potenze:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$\frac{P}{S} = \cos(\varphi)$$

(dove il **coseno dell'angolo φ** prende il nome di FATTORE DI POTENZA)

$$\frac{Q}{P} = \tan(\varphi)$$

Vediamo quindi i casi particolari.

6. *Circuito puramente resistivo*

Se il circuito è PURAMENTE RESISTIVO si hanno tensione e corrente sempre in fase tra loro, quindi

$$P = UIcos(\varphi)|_{\varphi=0} = UI \ \rightarrow P = S$$

$$\varphi = 0, \cos(\varphi) = 1$$

e quindi l'energia diventa $W = UIt$, inoltre restano valide le espressioni $P = \frac{U^2}{R} = RI^2$.

7. *Circuito puramente induttivo*

Se il circuito è PURAMENTE INDUTTIVO allora **la tensione è in anticipo di 90°** sulla corrente, quindi $\varphi = 90°$ e $\cos(\varphi) = 0$. In tale caso è ovviamente NULLA la POTENZA ATTIVA (P=0) e si ha SOLO POTENZA REATTIVA

$$Q = UIsen(\varphi) = UI = S$$

E non c'è dissipazione di energia ($W = Pt = 0$).

Ovviamente valgono le relazioni

$$Q = U\frac{U}{X_L} = \frac{U^2}{X_L} = \frac{U^2}{\omega L}$$

$$Q = X_L I^2 = \omega L I^2$$

8. *Circuito puramente capacitivo*

Se il circuito è PURAMENTE CAPACITIVO allora **la tensione è in ritardo sulla corrente di 90°**, quindi $\varphi = -90°$. È ancora una volta NULLA la POTENZA ATTIVA, non c'è dissipazione di energia e si ha SOLO POTENZA REATTIVA.

$$Q = UIsen(\varphi) = -UI = S$$

(il segno negativo è la convenzione di potenza reattiva capacitiva)

Chiaramente anche in questo caso varranno le relazioni

$$Q = \frac{U^2}{X_C} = \frac{U^2}{\frac{1}{\omega C}} = \omega C U^2$$

$$Q = X_C I^2 = \frac{I^2}{\omega C}$$

9. Il teorema di Boucherot

Data una rete elettrica lineare funzionante in regime sinusoidale, note le singole potenze attive, reattive ed apparenti per i bipoli costituenti la rete si ha che

Potenza Attiva Totale $P_T = P_1 + P_2 + \cdots + P_n$

Potenza Reattiva Totale $Q_T = \pm Q_1 \pm Q_2 + \cdots \pm Q_n$ (somma algebrica, positivi se induttivi, negativi se capacitivi)

Potenza Apparente Totale $\overline{S_T} = \overline{S_1} + \overline{S_2} + \cdots + \overline{S_n}$ (somma vettoriale)

pertanto è meglio calcolare $S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2}$.