

Esame di Matematica (STB) 19/06/2012

• I passaggi più significativi devono essere adeguatamente argomentati; eventuali risultati privi di giustificazione saranno considerati nulli.

1) Si studi la funzione: $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$

Se ne tracci il grafico .

2) Si calcoli il seguente integrale:

$$\int \frac{2x^2 + 5x + 1}{2x + 1} dx$$

3) Si enunci il teorema di Rolle e si verifichi se le seguenti funzioni ne verificano le ipotesi e , se possibile, se ne individuino il o i punti delineati :

a) $f(x) = \ln(x + 2x^2)$ in $\left[-1; \frac{1}{2}\right]$

b) $f(x) = \sqrt{3x - x^2}$ in $[0;3]$

4) Si consideri la seguente seriazione di dati:

x_i	10	12	-2	-1	3
f_i	3	5	2	8	1

dati
frequenze

Si calcolino: media aritmetica, scarti, varianza (sul campione) e deviazione standard (sul campione). Si faccia un istogramma delle frequenze.

Tempo: 2 ore. E' consentito solo l'uso di calcolatrici scientifiche non programmabili.

Esame di Matematica (STB) 12/09/2011

• I passaggi più significativi devono essere adeguatamente argomentati; eventuali risultati privi di giustificazione saranno considerati nulli.

1) Si studi la funzione: $f(x) = x^2 e^{-x}$

Se ne tracci il grafico. Si faccia poi il grafico della funzione: $y = f(|x|)$

2) Date le matrici:

Ed i vettori:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Si risolva l'equazione matriciale: $(\mathbf{AB})\mathbf{x} = \mathbf{u}$

Si dica inoltre quale relazioni vi è tra la matrice inversa di $(\mathbf{A}^* \mathbf{B})$ e le matrici inverse di \mathbf{A} e \mathbf{B} .

3) Si considerino i seguenti numeri complessi:

$$z_1 = \frac{7+3i}{2+i} \quad z_2 = \frac{(i-1)^3}{(1+i)^2}$$

si esprima z_1 in forma algebrica e z_2 in forma esponenziale

4) Data la seguente serie di dati statistici:

X	1	2	3	5	6	7
Y	0	3	5	10	11	14

Si trovi la retta di regressione di Y su X ed il valore dell'indice di regressione R^2 di Bravais-Pearson.

Tempo: 2 ore. E' consentito solo l'uso di calcolatrici scientifiche non programmabili.

Esame di Matematica (STB) 18/07/2011

• I passaggi più significativi devono essere adeguatamente argomentati; eventuali risultati privi di giustificazione saranno considerati nulli.

1) Si studi la funzione: $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$

Se ne tracci il grafico classificando, in particolare, i punti di discontinuità della funzione.

2) Si calcoli i seguenti integrali definiti:

$$I_1 = \int_0^2 \frac{1}{(1+x)^2} dx \quad I_2 = \int_3^8 \sqrt{1+x} dx \quad I_3 = \int_0^2 x|x-1| dx$$

3) Si esprimano i seguenti numeri complessi nella forma $x + iy$

$$z_1 = \frac{2-i}{2+i} \quad z_2 = \frac{2i-1}{1-i}$$

Si trovino poi i numeri complessi: $u = 5z_1 + 2z_2$ $w = 5z_1 + 4z_2 - i$

Infine si esprimano u e w in forma trigonometrica

4) Per la seguente distribuzione univariata della v.a. X

X	1	2	3	4
f_i	3	2	4	3

si calcolino: media aritmetica, media geometrica, media armonica, varianza e scarto quadratico medio.

Tempo: 2 ore. E' consentito solo l'uso di calcolatrici scientifiche non programmabili.

Esame di Matematica (STB) 01/03/2011

• I passaggi più significativi devono essere adeguatamente argomentati; eventuali risultati privi di giustificazione saranno considerati nulli.

1) Si studi la funzione:
$$f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$$

Se ne tracci il grafico. Si determini l'equazione della tangente alla curva, grafico della funzione, nel punto di ascissa $x_0=1$.

2) Tra le primitive della funzione: $f(x) = e^{-\sqrt{x+1}}$

Si determini quella il cui grafico ha per asintoto orizzontale a destra la retta $y=1$.

[sugg. Si utilizzi la sostituzione $t = \sqrt{x+1}$ e poi si integri parti]

3) Considerati i vettori di \mathbb{R}^4 :

$$\mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{u}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{u}_4 = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Si mostri che essi formano una base di \mathbb{R}^4 . Determinare le componenti del vettore $\mathbf{v} = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_4$, con \mathbf{e}_i versori canonici, rispetto alla base $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4\}$

4) Data la seguente tabella di dati rilevati:

X	-2	-1	0	2	3	4
Y	1	2	3	4	5	6

Si stabilisca la retta di regressione lineare di Y su X con il relativo coefficiente di regressione R^2 (di Bravais - Pearson)

Tempo: 2 ore. E' consentito solo l'uso di calcolatrici scientifiche non programmabili.

Esame di Matematica (STB) 29/06/2011

• I passaggi più significativi devono essere adeguatamente argomentati; eventuali risultati privi di giustificazione saranno considerati nulli.

1) Si studi la funzione:

$$f(x) = \frac{(x-1)(x+1)}{x-2}$$

Se ne tracci il grafico classificando, in particolare, i punti di discontinuità della funzione derivata prima.

2) Si calcolino i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(e^{-x})}{e^{-x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\sin(x)}$$

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} \int_0^k \frac{1}{e^x + 1} dx$$

3) Si dia la definizione di funzione lineare tra spazi vettoriali. Si determini la matrice (rispetto alle basi canoniche) associata all'applicazione da \mathbb{R}^3 a \mathbb{R}^3 definita da:

$$f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+y \\ y+z \\ x+z \end{pmatrix}$$

Si determini se l'applicazione è iniettiva. Se ne trovi il polinomio caratteristico.

4) Data la seguente distribuzione bivariata :

N/Y	-1	0	1	2
1	2	3	2	1
2	1	1	2	2
3	3	4	3	2
4	1	2	1	1

si determini valor medio di x , valor medio di y , varianza di x , varianza di y .

Tempo: 2 ore. È consentito solo l'uso di calcolatrici scientifiche non programmabili.

Esame di Matematica (STB) 02/05/2011

-I passaggi più significativi devono essere adeguatamente argomentati; eventuali risultati privi di giustificazione saranno considerati nulli.

1) Si studi la funzione: $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x - 5}$

Se ne tracci il grafico. Si stabilisca se la funzione soddisfa le ipotesi del teorema di Lagrange nell'intervallo $[5, 7]$ e, in caso affermativo, si determini l'ascissa del punto che verifica il teorema.

2) Data la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{per } x \geq 0 \\ 2 - 8x^2 & \text{per } x < 0 \end{cases}$$

si determinino i valori dei parametri reali positivi a e b in modo che la funzione abbia in $x=0$ una discontinuità di prima specie, con salto uguale a $+2$, e che risulti

$$\int_{-\frac{1}{2}}^1 f(x) dx = 6. \quad \text{Si tracci infine un grafico della funzione ottenuta.}$$

3) Data l'applicazione lineare da \mathbb{R}^3 a \mathbb{R}^3 seguente, definita rispetto alla base canonica $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$:

$$\begin{cases} f(\mathbf{e}_1) = 4\mathbf{e}_1 + 5\mathbf{e}_2 - 2\mathbf{e}_3 \\ f(\mathbf{e}_2) = -2\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3 \\ f(\mathbf{e}_3) = -\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3 \end{cases}$$

Si determinino la matrice corrispondente e gli autovalori.

4) Dato il numero complesso $z = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ Si calcoli:

$$z^{-10}, z^{39}, z^{36}, \operatorname{Re}(z^{39} - z^{36}), \operatorname{Im}(z^{40} - z^{36})$$

Si risolva: $x^2 = z$ con $x \in \mathbb{C}$

Tempo: 2 ore. E' consentito solo l'uso di calcolatrici scientifiche non programmabili.

Esame di Matematica (STB) 23/02/2012

• I passaggi più significativi devono essere adeguatamente argomentati; eventuali risultati privi di giustificazione saranno considerati nulli.

1) Si studi la funzione:
$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{|x - 2| + 3}$$

Se ne tracci il grafico. Si classifichi il punto di non derivabilità.

2) Data la funzione da \mathbb{R}^4 a \mathbb{R}^3 :

$$f\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad f\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} \quad f\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad f\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Si determini:

- Matrice associata (rispetto alle basi canoniche)
- Dimensione e base del Nucleo
- Si dica se la funzione è iniettiva?

3) Si risolva la seguente equazione algebrica nel campo complesso, e si calcoli il seguente integrale indefinito:

a) $z^4 - i = 0$ Si scrivano le soluzioni in forma esponenziale.

b) $\int \frac{x^2}{x^2 - 1} dx$

4) Data la seguente Tabella contenente le frequenze congiunte di una mutabile statistica X ed un variabile statistica Y :

X\Y	-1	2	3
x_1	1	2	3
x_2	3	4	5
x_3	2	3	4

Si calcolino : le frequenze marginali, le medie di Y condizionate a X, la media semplice della Y, l'indice η di Pearson.

Tempo: 2 ore. E' consentito solo l'uso di calcolatrici scientifiche non programmabili.

Esame di Matematica (STB) 27/09/2012

•I passaggi più significativi devono essere adeguatamente argomentati; eventuali risultati privi di giustificazione saranno considerati nulli.

1) Si studi la funzione: $f(x) = \sqrt{\frac{1-|x|}{1+|x|}}$ Se ne tracci il grafico .

2) Si calcoli il seguente integrale:

$$\int \left(\frac{e^x}{e^x + 1} \right)^2 dx$$

3) Stabilire se la seguente funzione è continua e derivabile in tutto il suo dominio. Classificare gli eventuali punti irregolari:

$$f(x) = \sqrt[3]{|1-x^2|}$$

4) Data la seguente tabella di dati rilevati:

X	-1	0	1	2	3	4
Y	3	2	0	-3	-6	-7

Si stabilisca la retta di regressione lineare di Y su X con il relativo coefficiente di regressione R^2 (di Bravais - Pearson)

Tempo: 2 ore. E' consentito solo l'uso di calcolatrici scientifiche non programmabili.

Esame di Matematica (STB) 19/07/2012

• I passaggi più significativi devono essere adeguatamente argomentati; eventuali risultati privi di giustificazione saranno considerati nulli.

1) Si studi la funzione: $f(x) = \frac{1 + |x|}{-|x| + 1}$ Se ne tracci il grafico .

2) Si calcoli il seguente integrale: $\int e^{2x} \ln(1 + e^x) dx$

Suggerimento: si utilizzi la sostituzione: $e^x = t$

3) Determinare, dopo aver stabilito il dominio, se la seguente funzione è derivabile, nel caso non fosse derivabile classificare i punti di non derivabilità:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{(x-1)^2} & x < 0 \\ x^2 - 2x + 1 & x \geq 0 \end{cases}$$

4) Si consideri la seguente seriazione di dati:

x_i	1	2	3	4	5
f_i	4	1	2	1	2

dati
frequenze

Si calcolino: scarti e loro somma, media aritmetica e media geometrica.

Tempo: 2 ore. E' consentito solo l'uso di calcolatrici scientifiche non programmabili.

Esame di Matematica (STB) 19/04/2012

• I passaggi più significativi devono essere adeguatamente argomentati; eventuali risultati privi di giustificazione saranno considerati nulli.

1) Si studi la funzione: $f(x) = (x+1) \cdot e^{\frac{1}{x}}$

Se ne tracci il grafico.

[particolare riferimento alla classificazione degli asintoti]

2) Determinare : dominio, punti di discontinuità, punti di non derivabilità della seguente funzione e classificarne la tipologia (classificare gli eventuali punti cuspidali, determinare tangente destra e sinistra per gli eventuali punti angolosi):

$$f(x) = \begin{cases} e^{|x|} & x < 1 \\ \frac{1-x}{x-2} & x \geq 1 \end{cases}$$

3) Si risolva il seguente integrale definito e si approssimi il risultato alla terza cifra decimale:

$$\int_0^4 \frac{1}{1+\sqrt{x}} dx$$

[Sugg.: è possibile considerare la sostituzione: $t = \sqrt{x}$]

4) Si consideri la seguente seriazione di dati:

x_i	2	3	4	-1	7	dati
f_i	3	5	2	18	1	frequenze

Si calcolino: media aritmetica, scarti, varianza e deviazione standard.

Si faccia un istogramma delle frequenze.

Tempo: 2 ore. E' consentito solo l'uso di calcolatrici scientifiche non programmabili.

Esame di Matematica (STB) 25/10/2011

• I passaggi più significativi devono essere adeguatamente argomentati; eventuali risultati privi di giustificazione saranno considerati nulli.

1) Si studi la funzione: $f(x) = \sqrt[3]{|x^3| - x^2}$

Se ne tracci il grafico. Si classifichino i punti con derivata irregolare. Si faccia infine il grafico delle funzioni:

$$y = f(|x|); \quad y = |f(x)|$$

2) Data la funzione da \mathbb{R}^2 a \mathbb{R}^3 :

$$f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x - 2y \\ x - y \\ x + y \end{bmatrix}$$

Si trovi:

- Kernel
- Immagine
- la matrice associata rispetto alle basi canoniche
- l'immagine del vettore $(-2, 3)$ attraverso il prodotto di matrici

3) Si risolva la seguente equazione algebrica nel campo complesso:

$$z^6 - i = 0$$

Si scrivano le soluzioni in forma esponenziale.

4) Data la seguente Tabella contenente le frequenze delle due mutabili statistiche X ed Y :

	y_1	y_2	y_3
x_1	1	3	5
x_2	2	4	8
x_3	1	1	3

Si calcolino : le frequenze marginali, la tabella delle frequenze teoriche e delle contingenze, l'indice di Mortara e l'indice Chi2.

Tempo: 2 ore. E' consentito solo l'uso di calcolatrici scientifiche non programmabili.