

# UNIVERSITA' DEGLI STUDI DELL'INSUBRIA

## MATEMATICA E BASI DI INFORMATICA E STATISTICA

(Scienze e Tecnologie Biologiche)  
Busto Arsizio

**Docente: Donatiello Angela**

**A.A. 2012-13**

**Insiemi e logica matematica.** Insiemi, definizioni e proprietà. Sottoinsiemi. Operazioni con gli insiemi: unione, intersezione, complemento, differenza. Partizione. Proprietà delle operazioni. Leggi di De Morgan. Logica simbolica: proposizioni e connettivi logici. Implicazione e complicazione. Tavole di verità. Logica dei predicati e quantificatori. Prodotto cartesiano. Leggi interne e strutture algebriche. Insiemi numerici.

**Relazioni e funzioni.** Relazioni binarie e proprietà. Relazione d'equivalenza. Insieme quoziente e partizione di un insieme. Relazione d'ordine. Definizione di funzione. Dominio e codominio. Grafico di una funzione. Funzioni iniettive, suriettive e biiettive. Cardinalità di un insieme. Funzioni reali di variabile reale. Proprietà delle funzioni: monotonia, periodicità, simmetrie pari e dispari. Funzioni definite a tratti. Restrizione e prolungamento di una funzione. Funzione inversa e composizione di funzioni. Grafici di funzioni inverse. Funzione composta.

**Funzioni elementari, richiami alle disequazioni e grafici deducibili.** Funzione lineare, coefficiente angolare, tasso di variazione. Funzione quadratica. Richiami sulle equazioni e disequazioni intere e fratte di secondo grado. Significato grafico delle equazioni e disequazioni. Funzioni potenza pari e dispari, funzione radice. Disequazioni razionali fratte e sistemi di disequazioni. Funzione omografica. Funzione valore assoluto. Equazione e disequazioni con modulo (vari metodi risolutivi), equazioni e disequazioni irrazionali. Grafici deducibili  $y=|f(x)|$ ;  $y=f(|x|)$ . Funzione esponenziale. Andamenti esponenziali: crescita di una popolazione batterica. Funzione logaritmica. Proprietà dei logaritmi. Grafici in scala logaritmica. Equazioni e disequazioni esponenziali. Equazioni e disequazioni logaritmiche. Funzione parte intera. Funzioni periodiche: funzione mantissa, funzioni goniometriche (seno, coseno, tangente): definizioni e proprietà. Funzioni goniometriche inverse. Disequazioni goniometriche: elementari, riconducibili ad elementari, lineari con il metodo dell'angolo aggiunto. Trigonometria (fondamenti). Trasformazioni geometriche: traslazioni, simmetrie, dilatazioni e contrazioni. Grafici deducibili. Grafici deducibili con i moduli. Equazioni e disequazioni risolubili con confronto grafico. Domini di funzioni razionali, irrazionali, logaritmiche, esponenziali, goniometriche e goniometriche inverse. Studio del segno, ricerca di simmetrie di una funzione, ricerca delle intersezioni con gli assi.

**Limiti e continuità.** Topologia della retta. Insiemi numerici e di punti; intervalli limitati e illimitati; insiemi numerici limitati ed illimitati; estremo superiore ed inferiore di un insieme numerico; massimo e minimo di un insieme numerico. Intorni di un punto (completo, circolare; intorno destro e sinistro; intorni di infinito); punti di accumulazione e punti isolati. Limite finito in un punto; limite finito all'infinito (asintoti orizzontali); limite infinito in un punto (asintoti verticali); limite infinito all'infinito. Limite destro e limite sinistro. Limite per eccesso e limite per difetto. Teoremi fondamentali sui limiti (con dimostrazione): teorema di unicità del limite; teorema della

# UNIVERSITA' DEGLI STUDI DELL'INSUBRIA

permanenza del segno; teorema del confronto. Applicazioni. Limite notevole  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$  (con

dimostrazione). Analisi dell'andamento della funzione  $y = \frac{\sin x}{x}$ . Analisi grafica dell'andamento di

una funzione. Definizione di funzione continua in un punto e calcolo dei limiti delle funzioni continue. Punti di discontinuità di una funzione e loro classificazione. Algebra dei limiti: limite della somma algebrica di funzioni; somma e differenza di funzioni continue; limite del prodotto di due funzioni; prodotto di funzioni continue; continuità delle funzioni razionali intere; limite del quoziente di due funzioni; limiti delle funzioni composte; limiti delle funzioni razionali intere e fratte per  $x$  tendente ad un numero finito o ad infinito; forme indeterminate; limiti notevoli (con dimostrazione). Infiniti e infinitesimi. Velocità di divergenza e velocità di convergenza. Asintoti orizzontali, verticali e obliqui.; enunciato del teorema di Weierstrass (senza dimostrazione); enunciato sul teorema dei valori intermedi (senza dimostrazione); enunciato del teorema di esistenza degli zeri (senza dimostrazione). Metodo di bisezione. Grafico probabile di una funzione. Continuità e discontinuità di funzioni anche definite a tratti.

**Modello di Malthus.** Destino finale di una popolazione malthusiana. Modello logistico ed equilibrio logistico. Funzione sigmoide.

**Calcolo differenziale.** Definizione di rapporto incrementale e suo significato geometrico. Velocità di variazione. Definizione di derivata di una funzione in un punto e suo significato geometrico. La retta tangente al grafico di una funzione. Derivata destra e derivata sinistra. Continuità e derivabilità: Teorema sulla continuità delle funzioni derivabili (con dimostrazione). Controesempi sull'implicazione inversa. Punti di non derivabilità: punti angolosi; cuspidi; punti di flesso a tangente verticale. Derivate fondamentali (con dimostrazione). Regole di derivazione. Derivata di una funzione composta. Derivata della funzione inversa. Esercizi su derivate di una funzione composta, punti di discontinuità e di non derivabilità. Derivata di  $y = f(|x|)$  e di  $y = |f(x)|$ , di funzioni contenente moduli e di funzioni definite a tratti. Derivate di ordine superiore. Definizione di massimo e minimo assoluto. Definizione di massimo e minimo relativo. Teorema di Fermat (con dimostrazione). I punti stazionari. Condizione necessaria per l'esistenza di punti stazionari. La ricerca dei punti estremanti. Enunciati dei teoremi di Rolle, Lagrange (senza dimostrazione) e loro significato geometrico. Conseguenza del teorema di Lagrange sulla monotonia di una funzione (con dimostrazione). Funzioni crescenti e decrescenti e le derivate. Una condizione sufficiente per la ricerca di massimi e minimi relativi. Applicazioni ai teoremi di Rolle e Lagrange. Problemi di massimo e minimo. Concavità verso l'alto e concavità verso il basso. Definizione di punto di flesso. La ricerca dei massimi, dei minimi e dei flessi orizzontali con lo studio del segno della derivata prima. La ricerca dei flessi con lo studio del segno della derivata seconda. Teorema di De L'Hospital (senza dimostrazione). Applicazioni al calcolo di limiti. Differenziale di una funzione e suo significato geometrico.

**Studio di funzione.** Schema generale per lo studio di una funzione. Studio di funzioni razionali e irrazionali intere e fratte. Studio di funzioni esponenziali, logaritmiche, con valore assoluto. Costruzione del grafico di una funzione. Accenno allo studio di funzioni goniometriche e goniometriche inverse.

**Calcolo integrale.** Primitiva di una funzione. Definizione di integrale indefinito. Le proprietà degli integrali indefiniti. Integrali indefiniti immediati. Integrale indefinito di funzioni la cui primitiva è una funzione composta. Integrazione delle funzioni razionali fratte. Integrazione per sostituzione, integrazione per parti. Esercizi. Il problema delle aree e il metodo di esaustione. Integrale definito di una funzione positiva o nulla. Definizione generale di integrale definito: integrale definito di una funzione continua. Proprietà degli integrali definiti. Interpretazione geometrica. Teorema della

# UNIVERSITA' DEGLI STUDI DELL'INSUBRIA

media (con dimostrazione). Definizione di funzione integrale. Teorema fondamentale del calcolo integrale (con dimostrazione). Formula di Leibnitz – Newton. Applicazione degli integrali per il calcolo di aree.

**Elementi di base di algebra lineare: vettori e matrici.** Definizione di vettore come classe di equivalenza e sua rappresentazione mediante segmenti orientati. Vettori nel piano. Somma di vettori. Proprietà della somma. Modulo del vettore somma. Differenza di vettori. Prodotto di un vettore per uno scalare. Prodotto scalare di due vettori e relative proprietà. Applicazioni in scienze sperimentali. Prodotto vettoriale di due vettori e relative proprietà. Decomposizione di un vettore rispetto a due direzioni assegnate. Vettori linearmente indipendenti e basi. Componenti cartesiane di un vettore. Calcolo di modulo, verso e direzione. Versori e coseni direttori. Operazioni tra vettori mediante l'uso delle componenti. Prodotto scalare tra due vettori con il metodo delle componenti. Versori canonici in  $R^2$ . Vettori nello spazio. Versori canonici in  $R^3$ . prodotto vettoriale tra due vettori con il metodo delle componenti. Matrici e calcolo matriciale. Definizione di vettore riga e vettore colonna. Matrice quadrata. Diagonale principale e secondaria. Uguaglianza tra matrici. Matrice trasposta, simmetrica, emisimmetrica, simile, triangolare, diagonale. Matrice opposta. Somma tra matrici: definizione e proprietà. Differenza tra matrici. Prodotto di una matrice per uno scalare. Prodotto righe per colonne e proprietà. Non commutatività del prodotto. Determinante di una matrice quadrata. Regola di Laplace. Minore complementare. Complemento algebrico. Regola di Sarrus. Applicazione a matrici di ordine 4. Proprietà del determinante. Teorema di Binet. Determinanti notevoli. Matrici invertibili. Regole per determinare l'inversa di una matrice. Esercizi su matrici e determinanti. Equazioni matriciali e risoluzione di sistemi lineari di n equazioni in n incognite con il metodo della matrice inversa. Minori e rango.

**Basi di statistica.** Statistica descrittiva univariata. Definizioni. Dati statistici. Tipi di statistiche. Il metodo statistico. Dai dati grezzi alla tabella di frequenza. Frequenza assoluta, relativa, percentuale, cumulata. Suddivisione delle modalità in classi. Rappresentazioni grafiche di dati statistici: aerogramma, grafici a barre, pictogrammi, cartogrammi, diagramma cartesiano, diagramma a dispersione, istogramma di frequenza. Indici di posizione: Moda, media, mediana. Definizione di media secondo Chisini (dimostrazione che le varie medie lasciano invariata una funzione obiettivo). Media aritmetica, geometrica, armonica, quadratica. Indici di variabilità: Scarto semplice medio, varianza e deviazione standard (sulla popolazione e sul campione). Distanza interquartile. Distribuzione normale o gaussiana. Proprietà della gaussiana. Curva gaussiana standardizzata. Cenni agli indici di forma: asimmetria e curtosi. Cenni di statistica descrittiva bivariata. Frequenza congiunte e marginali. Cenni di indipendenza statistica. Correlazione tra variabili. Analisi di una "nube" di dati statistici. Coefficiente di correlazione. Retta di regressione o dei minimi quadrati.

**Basi di informatica con uso di applicativi e fogli di calcolo.** Analisi di funzioni esponenziali e logaritmiche con programma grafico Graph. Analisi di grafici di funzione mediante il programma grafico Graph. Grafici deducibili e trasformazioni geometriche con Graph. Laboratorio di informatica: Excel – esercizi di statistica descrittiva.

## Libri di testo e riferimenti:

- Dario Benedetto, Mirko Degli Espositi, Carlotta Maffei, "*Matematica per le scienze della vita*", Casa Editrice Ambrosiana, 2012.
- Slides delle lezioni del corso: e – learning
- Esercitazioni del corso