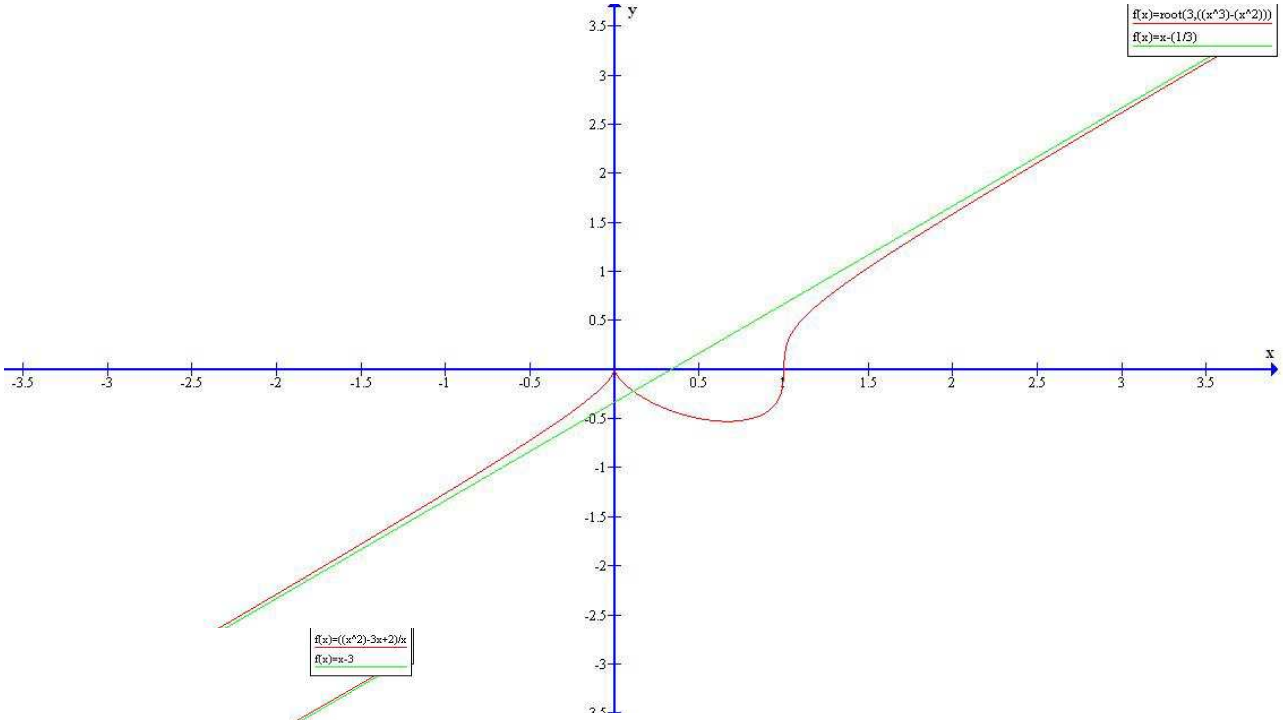
Tracce di studi di funzione (alcuni dei quali svolti a lezione)
Tracce di studi di funzione tratte da temi d'esame degli appelli precedenti.
Differenziale di una funzione

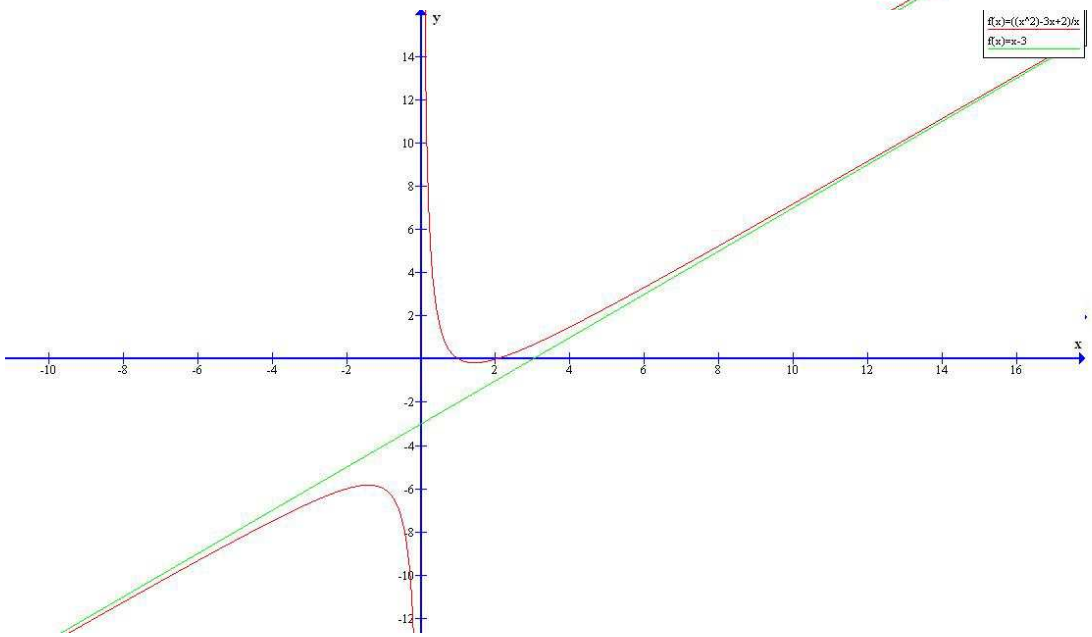
Studi di funzione svolti in aula

1) $y = \sqrt[3]{x^3 - x^2}$

irrazionale intera di indice dispari

(x = 0 cuspide verso l'alto;
x = 1 flesso a tangente verticale)





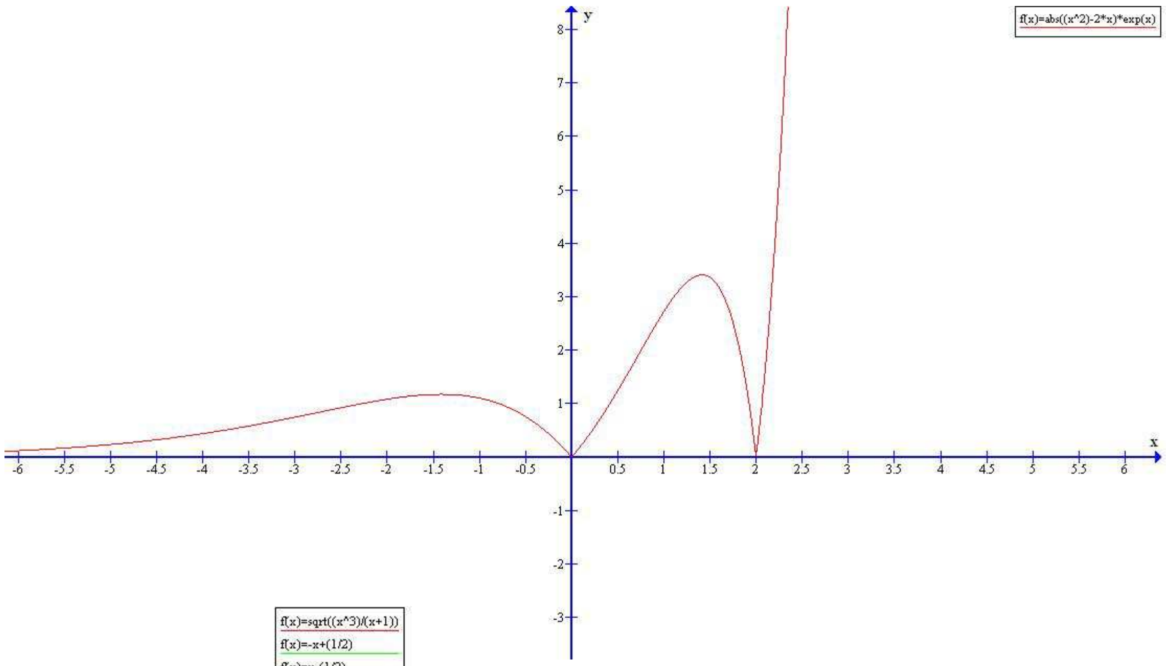
2) $y = \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x}$

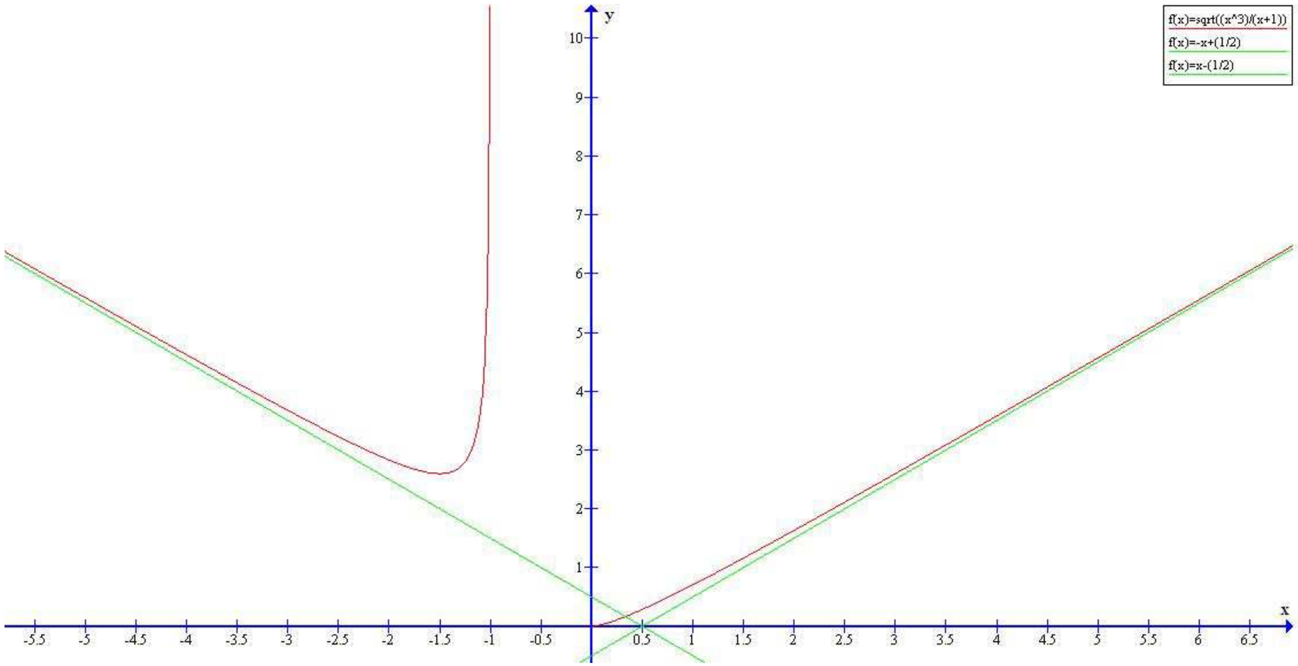
razionale fratta

3) $y = |x^2 - 2x| e^x$

trascendente intera con moduli

(x = 0 e x = 2 punti angolosi)





4) $y = \sqrt{\dfrac{x^3}{x+1}}$

irrazionale fratta di indice pari

Esercizi di studi di funzione (studiare le seguenti funzioni, tracciarne il grafico e controllarne la correttezza con il programma Graph)

1) $y = x\log^2 x$ 2) $y = \ln\left(\frac{x}{x^2-4}\right)$ 3) $y = x^2\left(\log|x| - \frac{1}{2}\right)$

Tratti da appelli d'esame precedenti:

1) $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$ 2) $f(x) = (x+1)\cdot e^{\frac{1}{x}}$

3) $f(x) = x^2 e^{-x}$ 4) $f(x) = \sqrt[3]{|x^3| - x^2}$

5) $f(x) = xe^{-\frac{1}{x}}$ 6) $f(x) = \frac{x^2+x+1}{x+1}$

7) $f(x) = \frac{(|x|-1)(x+1)}{x-2}$ 8) $f(x) = \sqrt{x^2-4x-5}$

9) $f(x) = \frac{x^2-1}{|x-2|+3}$ 10) $f(x) = \sqrt{\frac{1-|x|}{1+|x|}}$ 11) $f(x) = \frac{1+|x|}{-|x|+1}$

<u>**Differenziale di una funzione**</u>

Sia $y = f(x)$ una funzione reale di variabile reale e siano x e $x + \Delta x$ due punti sull'asse delle ascisse.

<u>DEF.</u> Si definisce <u>differenziale della funzione</u> $y = f(x)$ relativo al punto x e all'incremento Δx, il prodotto della derivata della funzione in x per l'incremento Δx della variabile indipendente.

$$dy = f'(x)\Delta x$$

Esempio. $y = 2x^3 + 3$ allora $dy = 6x^2 \Delta x$. Nel caso di $x = 1$ e $\Delta x = 0,3$ allora $dy = 1,8$

<u>Osservazione.</u> Se si considera la funzione identità $x \mapsto x$ ossia $y = x$, allora il suo differenziale sarà $dx = 1 \cdot \Delta x = \Delta x$

Pertanto si può scrivere $dy = f'(x)dx$

Scrittura differenziale della derivata: $f'(x) = \frac{df}{dx}$

Significato geometrico di differenziale

$$f'(x) = tg\alpha$$

Per i teoremi sui triangoli rettangoli si ha che:

$$dy = tg\alpha \cdot dx = f'(x)dx$$

Il differenziale di una funzione rappresenta la variazione dell'ordinata dei punti della tangente nel passaggio da x a $x + \Delta x$.

E' utile nelle approssimazioni della funzione.