ENERGIA

Prima di definire l'energia nelle sue diverse forme è conveniente fare un'osservazione sulle differenze tra fisica newtoniana delle forze e fisica che studia le trasformazioni energetiche:

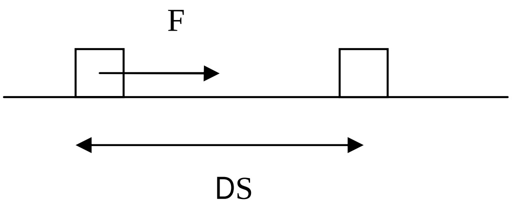
APPROCCIO DINAMICO	APPROCCIO ENERGETICO
Basato su grandezze VETTORIALI (forze, accelerazioni, etc…)	Basato su grandezze SCALARI (energia cinetica, lavoro, etc…)
Si occupa di VARIAZIONI (variazioni di posizione, variazione di velocità, etc…)	Si occupa di INVARIANTI (quantità che si CONSERVANO)

LAVORO ED ENERGIA

Il concetto di lavoro in fisica è strettamente connesso con il concetto di forza e quello di spostamento. Se non vi è spostamento non si compie lavoro. Il lavoro, pertanto, non va inteso come una misura della "fatica". Potremmo spingere un grosso armadio stancandoci molto, ma non compiremmo alcun lavoro se l'armadio restasse fermo.

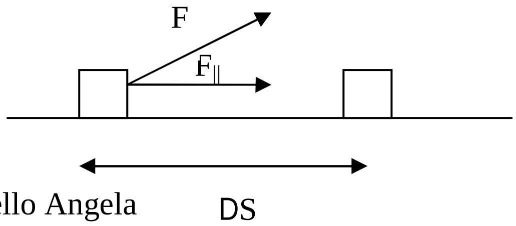
LAVORO DI UNA FORZA COSTANTE

Il lavoro compiuto da una forza costante nello spostare un corpo da un punto A ad un punto B è uguale al prodotto tra il modulo dello spostamento e quello della componente della forza parallela allo spostamento.



$L = F \cdot \Delta S$

Se la forza non fosse parallela allo spostamento, ma formasse un angolo non nullo alfa con l'orizzontale, allora:



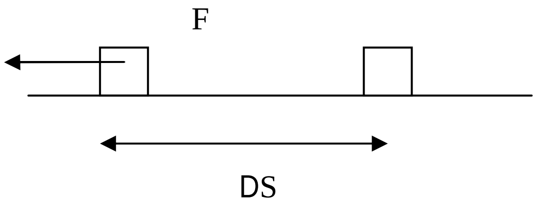
$L = F_{\parallel} \cdot \Delta S = F\cos\alpha\Delta S$

Il lavoro può pertanto essere definito come il PRODOTTO SCALARE tra il vettore forza e il vettore spostamento.

$$L = \vec{F} \bullet \Delta\vec{S} = F\cos\alpha\Delta S$$

Osservazione: Se la forza è opposta allo spostamento, allora

$\alpha = 180° \quad \Rightarrow \quad \cos(180°) = -1 \quad \Rightarrow \quad L = F\cos\alpha\Delta S = -F \cdot \Delta S$ è negativo



E' il caso di una forza resistente, come la forza d'attrito.

Ricapitolando:

- Un LAVORO MOTORE è un lavoro POSITIVO e si ha nel caso in cui la forza favorisce lo spostamento. In questo caso ci sarà anche un aumento della velocità
- Un LAVORO RESISTENTE è un lavoro NEGATIVO e si ha nel caso in cui la forza contrasta lo spostamento. In questo caso si ha una diminuzione della velocità.

Osservazione: Se la forza è perpendicolare allo spostamento allora il lavoro che essa compie sul corpo è nullo, in quanto l'angolo formato tra la forza e il vettore spostamento è di 90° e il coseno di 90° è zero.

$$\text{Se } \vec{F} \perp \Delta S \Rightarrow \alpha = 90° \Rightarrow \cos 90° = 0 \Rightarrow L = F\Delta S\cos 90° = 0$$

UNITA' DI MISURA DEL LAVORO: 1 J = 1N ÿ 1m

Osservazione: Se su un corpo agiscono più forze contemporaneamente si può determinare il lavoro compiuto dalla risultante delle forze agenti sul corpo.

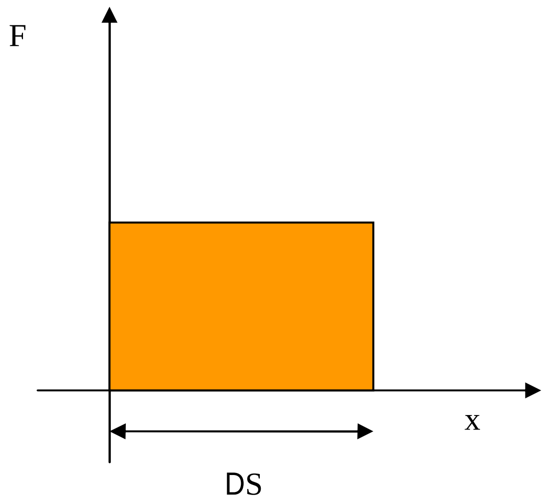
LAVORO COMPIUTO DA UNA FORZA VARIABILE

Nella realtà quasi mai le forze risultano costanti. Nella maggior parte dei casi si incontrano forze variabili. E' questo il caso della FORZA ELASTICA. Tale forza, infatti, risulta direttamente proporzionale all'allungamento o alla contrazione della molla, pertanto dipende da tale allungamento e varia in funzione di esso.

$$|F| = kx$$

Osserviamo che, nel caso di forze costanti, il lavoro risulta L = $F \cdot \Delta S$, con F parallela allo spostamento.

Se costruisco un diagramma Forza – Spostamento, per una forza costante, si ottiene una retta parallela all'asse delle ascisse:



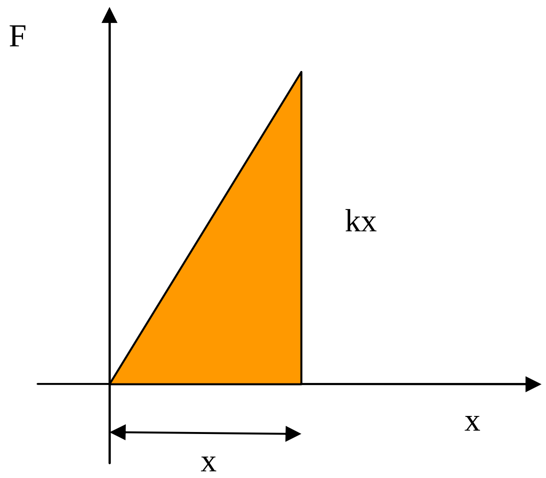
Lavoro = $F \cdot \Delta S$ area sotto la curva nel diagramma forza - spostamento

Tale proprietà, evidente per le forze costanti, è in realtà valida per qualunque tipo di forza che compie lavoro.

Analizziamo in particolare il caso di una forza esterna che determina l'allungamento di una molla dalla posizione di equilibrio ad una posizione x. Il valore della forza esterna F risulta uguale in modulo ed opposta al valore della forza elastica F_e, che tende a riportare la molla nella posizione di equilibrio, per cui

$$F = -F_e = kx$$, con k = costante elastica della molla

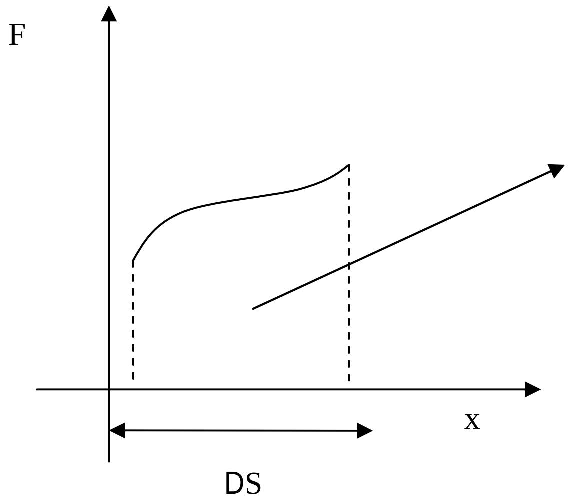
Nel diagramma forza – spostamento, si avrà pertanto una retta passante per l’origine, la cui pendenza è data dalla costante elastica k della molla.



L = area del triangolo =

$= \frac{1}{2} x \cdot kx = \frac{1}{2} kx^2$

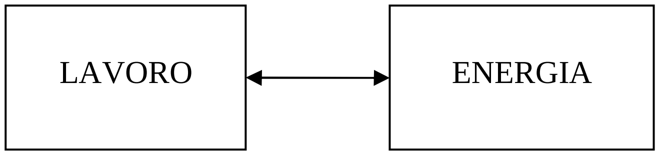
In genere, considerando una generica forza variabile con lo spostamento, il lavoro è dato dall’area sottesa alla curva nel diagramma forza – spostamento.



LAVORO = AREA SOTTO LA CURVA NEL DIAGRAMMA FORZA – SPOSTAMENTO

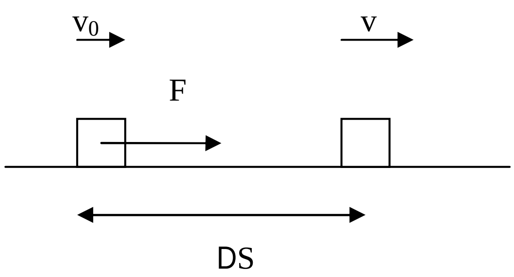
Tale area risulta calcolabile mediante il calcolo integrale.

UN CORPO POSSIEDE ENERGIA QUANDO E’ IN GRADO DI COMPIERE LAVORO.



TEOREMA DELL’ENERGIA CINETICA
(o teorema delle forze vive)

Consideriamo il caso particolare di una forza costante, agente su un corpo di massa m, che fa compiere al corpo uno spostamento orizzontale parallelo alla forza stessa. Il risultato che otterremo, però, è più generale e risulta valido per qualunque tipo di forza.



A causa della forza applicata che compie lavoro, il corpo subisce una VARIAZIONE DI VELOCITA’.

Se la forza F è costante, allora essa produrrà anche un’accelerazione costante, per cui il moto del corpo considerato sarà un moto rettilineo uniformemente accelerato.

F = costante $\Rightarrow$ F = ma = costante $\Rightarrow$ a = costante $\Rightarrow$ moto rettilineo uniformemente accelerato

Nel moto rettilineo uniformemente accelerato è possibile calcolare lo spazio percorso mediante la seguente formula:

$$\Delta S = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

Per cui l’accelerazione a si ricava con una formula inversa:

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2\Delta S}$$

Il lavoro compiuto dalla forza F sarà:

$$L = F \cdot \Delta S = ma \cdot \Delta S = m\left(\frac{v^2 - v_0^2}{2\Delta S}\right)\Delta S = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

La quantità $K = \frac{1}{2}mv^2$ si definisce ENERGIA CINETICA del corpo di massa m. Essa dipende dalla massa e dal quadrato della velocità. Un qualunque corpo in movimento possiede energia cinetica.

Ritornando al risultato ottenuto in precedenza,

$$L = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = K_f - K_i = \Delta K$$

Il lavoro compiuto da una forza su un corpo di massa m è uguale alla variazione di energia cinetica del corpo stesso.

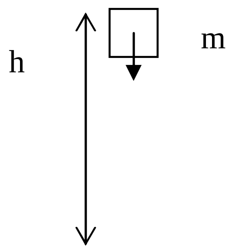
- Se la forza compie un LAVORO MOTORE, allora $L > 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta K > 0$
  $\Rightarrow$ si produrrà un AUMENTO DI VELOCITA'
- Se la forza compie un LAVORO RESISTENTE, allora $L < 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta K < 0$
  $\Rightarrow$ si produrrà una DIMINUZIONE DI VELOCITA'.

ENERGIA POTENZIALE

I corpi non possiedono energia solo se sono in movimento. Esistono altri tipi di energia come quella che possiede una cascata d'acqua trattenuta da una diga o una molla compressa. Tale tipo di energia prende il nome di energia potenziale.

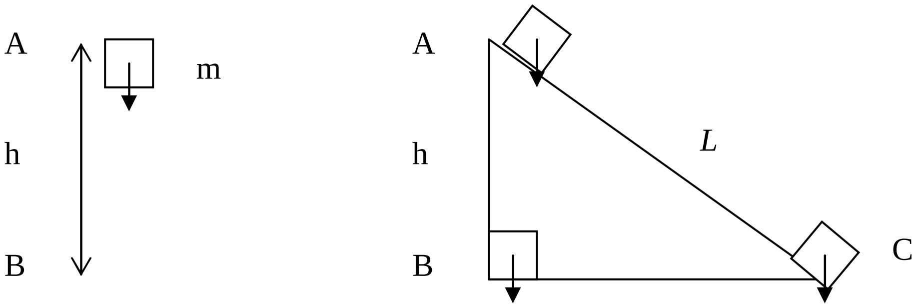
ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE

Dato un corpo di massa m ad una altezza h dal suolo, si vuole calcolare il lavoro compiuto dalla forza peso mentre il corpo viene lasciato cadere verso il basso.



$$L = \vec{F} \bullet \Delta\vec{S} = P \cdot h = mgh$$

Dimostriamo ora che il lavoro compiuto dalla forza peso non dipende dal particolare percorso che compie il corpo, ma solo dalla posizione iniziale e finale.
Consideriamo due casi:



1° CASO: Il corpo cade liberamente da A a B. Abbiamo calcolato precedentemente che in tal caso il lavoro della forza peso è: L = mgh.

2° CASO: Il corpo scivola da A a C lungo un piano inclinato di lunghezza L e poi viene spostato in B orizzontalmente lungo la base del piano inclinato. Calcoliamo il lavoro come somma dei lavori compiti dalla forza peso da A a C e poi da C a B.
Lungo il piano la forza che risulta parallela allo spostamento è $P_{||}$ e sappiamo che

$$P_{||} = mg\sin\alpha = mg\frac{h}{L}$$

Il lavoro compiuto dalla forza peso lungo il tratto da A a C è dato dal lavoro compiuto dalla sola componente del Peso parallela allo spostamento, ossia $P_{||}$, per cui:

$$L_{AC} = P_{||} \text{ ÿ } L = mg\frac{h}{L}\cdot L = mgh$$

Inoltre, nel tratto da C a B la forza peso risulterà perpendicolare allo spostamento, pertanto:

$$L_{CB} = 0$$

Allora si può concludere che:

$$L_{AB} = L_{AC} + L_{CB} = mgh + 0 = mgh$$

Si deduce che: il lavoro della forza peso non dipende dal particolare percorso seguito, ma solo dalla posizione iniziale e finale.

L'indipendenza del lavoro della forza peso dal particolare percorso seguito è una caratteristica di tutte le forze CONSERVATIVE.

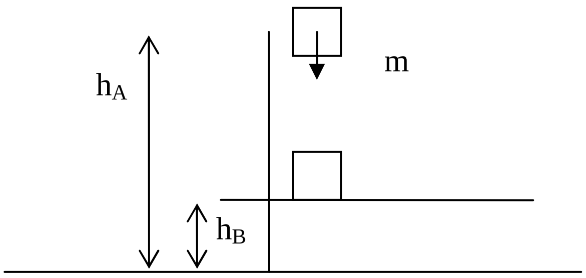
DEF. Una forza si dice CONSERVATIVA se il lavoro da essa compiuto, quando il suo punto di applicazione si sposta da un punto A ad un punto B, è indipendente dal particolare percorso seguito, ma dipende unicamente dalle posizioni iniziali e finali.

Allo stesso modo potremmo dire che una forza è CONSERVATIVA quando il lavoro da essa compiuto per spostare il corpo lungo una qualsiasi traiettoria chiusa è nullo.

La forza peso è dunque una forza conservativa. Solo per le forze conservative è possibile definire una grandezza detta POTENZIALE, funzione solo della POSIZIONE.

ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE: $\mathbf{U_g = mgh}$

Il lavoro della forza peso dipende in realtà dal DISLIVELLO:



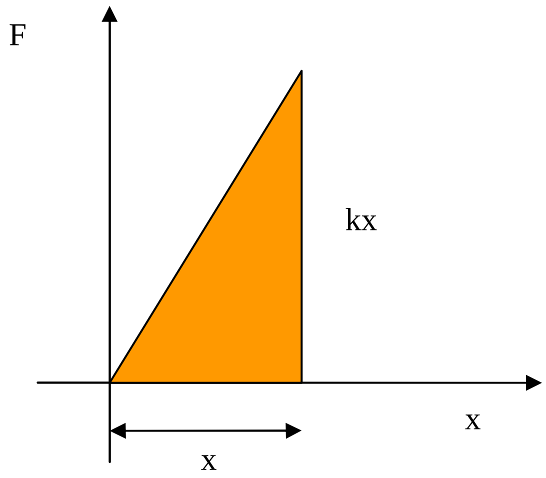
$L = mg(h_A - h_B) = mgh_A - mgh_B$

Pertanto $L = mgh_A - mgh_B = U_A - U_B = -\Delta U$

OSSERVAZIONE: La scelta del livello ZERO del potenziale è arbitraria. Di solito, sulla Terra si può scegliere come livello zero del potenziale il livello del mare, ma anche il pavimento dell'aula o del laboratorio. Se si sceglie come livello zero, ad esempio, il secondo piano di un palazzo, una pallina che cade dal terzo al primo piano si troverà al di sotto del livello zero scelto, pertanto la sua energia potenziale finale sarà negativa; essa sarà cioè in una BUCA DI POTENZIALE.

ENERGIA POTENZIALE ELASTICA

Considerando le valutazioni fatte per determinare il lavoro di una forza esterna che allunga o comprime una molla si osserva che:

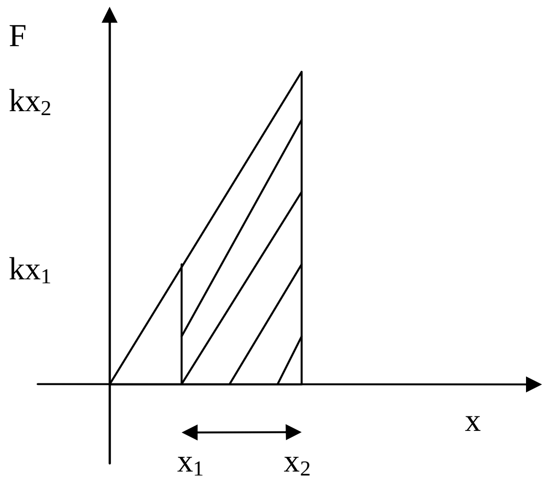


Per allungare la molla da 0 a X la forza esterna compie un lavoro L = $\frac{1}{2}kx^2$.

Ricordiamo, però, che durante l'allungamento la forza elastica è resistente, cioè tende a richiamare la molla nella posizione a riposo, pertanto il lavoro compiuto dalla FORZA ELASTICA risulta negativo:

L = - $\frac{1}{2}kx^2$

In generale, durante una fase di allungamento da una posizione x_1 ad una posizione x_2 si ha che



L = lavoro forza esterna = AREA DEL TRAPEZIO = $\frac{(kx_1 + kx_2)(x_2 - x_1)}{2}$

= $\frac{k(x_1 + x_2)(x_2 - x_1)}{2}$ = $\frac{k(x^2{}_2 - x^2{}_1)}{2}$

= $\frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2$

Pertanto il lavoro della forza elastica è: L = - $\left(\frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2\right)$ = $\frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2$

Stesso discorso può essere fatto per una compressione.

Anche per la forza elastica si osserva che il LAVORO dipende SOLO dalle posizioni iniziali e finali. La forza elastica è, infatti, un altro esempio di FORZA CONSERVATIVA, si può pertanto definire anche per la forza elastica un'energia potenziale.

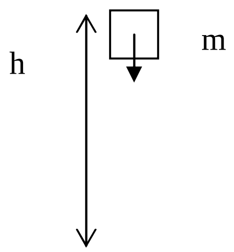
ENERGIA POTENZIALE ELASTICA di una molla di costante elastica k, allungata o compressa di un tratto x: $U_e = \frac{1}{2}kx^2$. Quindi L_e = $\frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2$ = $U_1 - U_2$ = $-\Delta U$

PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA

Un corpo in movimento possiede energia cinetica e se è soggetto a forze conservative possiede anche energia potenziale. Ci chiediamo che relazione esiste tra le due variazioni di energia.

Ragioniamo partendo dall'esempio di un corpo che cade da un'altezza h fino al suolo. All'inizio è fermo, dunque privo di energia cinetica, ma, essendo ad un'altezza h, possiede energia potenziale. Cadendo acquista velocità, dunque energia cinetica, ma perde quota, dunque energia potenziale. Quando giunge al suolo avrà una velocità d'impatto notevole, ma la sua energia potenziale sarà nulla (scegliendo lo zero del potenziale in corrispondenza del suolo). L'energia potenziale iniziale si è via via trasformata in energia cinetica.

Analizziamo nel dettaglio il caso della forza peso:



Qualunque sia la natura della forza che compie lavoro, si sa che il lavoro compiuto dalla forza è uguale alla variazione di energia cinetica, per il Teorema dell'energia cinetica. $L = \Delta K = K_F - K_i = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$.

Essendo la forza peso una forza conservativa, allora:

$L = -\Delta U = U_i - U_F$

Pertanto $L = \Delta K = K_F - K_i$ e $L = -\Delta U = U_i - U_F$, ossia

$$\Delta K = -\Delta U$$

$$K_F - K_i = U_i - U_F$$

$$K_F + U_F = K_i + U_i$$

$$K + U = \text{costante}$$

La quantità $\boxed{E_{TOT} = K + U}$ è detta ENERGIA MECCANICA TOTALE DEL CORPO

In presenza di sole forze conservative essa rimane costante, può trasformarsi da una forma all'altra di energia, da cinetica in potenziale e viceversa, ma complessivamente rimane costante.

Principio di Conservazione dell'energia meccanica: Se un corpo si muove sotto l'azione di SOLE forze conservative, la sua energia meccanica totale, data dalla somma dell'energia cinetica e delle energie potenziali, rimane costante.

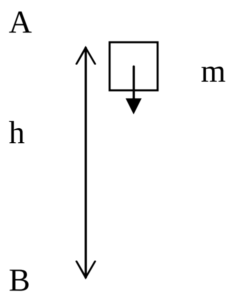
Forza peso: $E_{TOT} = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$

Forza elastica: : $E_{TOT} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$

Tale principio di conservazione dell'energia meccanica è un utile strumento anche per risolvere problemi.

Esercizio: Un corpo viene lasciato cadere da fermo da un'altezza h. Determinare la velocità di impatto al suolo.

Essendo la forza peso conservativa, allora vale il principio di conservazione dell'energia meccanica, per cui l'energia meccanica totale del sistema si conserva. $E_{TOT} = K + U = cost$



In A la velocità è nulla $\Rightarrow K_A = 0$,ma

La quota è massima $\Rightarrow E_{TOT} = U_A = mgh$

In B h = 0 $\Rightarrow U_B = 0$, mentre la velocità d'impatto

al suolo è massima $\Rightarrow E_{TOT} = K_B = \frac{1}{2}mv^2$

$$E_{TOT\,A} = E_{TOT\,B}$$

$$K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$0 + mgh = \frac{1}{2}mv^2 + 0$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

FORZE DISSIPATIVE E PRINCIPIO GENERALE DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA

L'esperienza ci insegna che in natura non esistono solo forze conservative ad agire sui corpi. La vita quotidiana, infatti, ci fa sperimentare la presenza degli attriti. L'esperienza mostra, ad esempio, che le oscillazioni di un pendolo semplice o di un pendolo elastico si smorzano con il passare del tempo, a causa della resistenza dell'aria, o che nella discesa lungo un piano inclinato reale, la velocità con cui il corpo giunge al suolo è inferiore a quella calcolata in assenza di attriti.
In ogni caso continua a valere il Teorema dell'Energia Cinetica:

$$L_{TOT} = \Delta K$$

Il lavoro totale compiuto su un corpo è dato dalla somma del lavoro delle forze conservative e del lavoro delle forze non conservative.

$$L_{TOT} = L_C + L_{NC} = \Delta K$$

Ma ricordiamo che $L_C = -\Delta U$, per cui:

$$L_C + L_{NC} = \Delta K \quad \Rightarrow \quad -\Delta U + L_{NC} = \Delta K$$

$$L_{NC} = \Delta K + \Delta U$$

$$L_{NC} = K_F - K_i + U_F - U_i$$

$$L_{NC} = K_F + U_F - (K_i + U_i) = E_F - E_i = \Delta E$$

Il lavoro delle forze non conservative è uguale alla variazione di energia meccanica del corpo stesso.
Se non ci fossero forze di attrito, allora L_{NC} sarebbe nullo, per cui la variazione di energia meccanica sarebbe nulla, $\Delta E = 0$. In tal caso varrebbe il Principio di Conservazione dell'energia meccanica, perché l'energia meccanica totale risulterebbe costante.

Ricordiamo che le forze non conservative, ossia le forze di attrito, compiono lavoro resistente, in quanto sono opposte allo spostamento, ciò implica che la variazione di energia meccanica è negativa. In presenza di forze dissipative vi è una diminuzione di energia meccanica.

$$L_{NC} < 0 \;\Rightarrow\; \Delta E < 0 \;\Rightarrow\; E_F - E_i < 0 \;\Rightarrow\; E_F < E_i$$

Dove finisce questa energia?
In realtà, parte dell'energia meccanica si trasforma in un'altra forma di energia, detta ENERGIA TERMICA.
Con una frenata sia gli pneumatici, sia l'asfalto si riscaldano a causa dell'attrito.

Le forze non conservative, pertanto, dissipano parte dell'energia meccanica trasformandola in energia termica. Il lavoro delle forze non conservative coincide proprio con la parte di energia meccanica che viene dissipata.
L'energia cinetica macroscopica si trasforma in energia cinetica microscopica delle molecole, sia del corpo stesso sia dell'ambiente circostante. Tale aumento dell'energia cinetica delle molecole viene percepito a livello macroscopico come un aumento di temperatura.

Il Principio di Conservazione dell'energia Meccanica viene pertanto sostituito da un Principio più generale.

Principio Generale di Conservazione dell'Energia: L'energia totale di un corpo non aumenta, né diminuisce in nessun processo. L'energia totale può essere trasformata da una forma all'altra (cinetica, potenziale, termica, etc…), ma la sua quantità totale rimane costante.

LA POTENZA

Nella vita quotidiana, oltre al lavoro, risulta molto utile misurare un'altra grandezza fisica che ci dice con quale rapidità è stato compiuto un dato lavoro. La quantità di lavoro compiuta è sicuramente rilevante, ma risulta tanto più efficiente se compiuta in un tempo quanto più piccolo possibile.
Per poter misurare tale rapidità si definisce una nuova grandezza fisica: la potenza.
La potenza è definita come la quantità di lavoro svolto nell'unità di tempo.

$$P_m = \frac{L}{\Delta t} \qquad \text{(potenza media)}$$

Unità di misura: 1 W = $\frac{1J}{1s}$

1 CV = 735 W : potenza di un motore capace di sollevare in 1 s una massa di 75 Kg all'altezza di 1 m.

1KWh = $3{,}6 \cdot 10^6\,J$: lavoro prodotto in 1 h da un motore avente potenza costante di 1 KW